

A megoldás alapját az a síkgeometriai tétel képezi, mely szerint – ld. pl.: [1]! – :
Bármely kerületi szög fele az ugyanazon körívhez tartozó középponti szögnek. (T)

Az **IJ** húr a **C** pontból ψ_I szög alatt látszik.

Az **IJ** kisebbik körívhez tartozó középponti szög: $180^\circ - 2 \cdot \tau_I$, így (T) miatt:

$$\underline{\underline{\psi_I = 90^\circ - \tau_I}}, \quad 0^\circ \leq \tau_I \leq 90^\circ. \quad (1)$$

Az **EF** húr a **C** pontból ψ_{II} szög alatt látszik.

Az **EF** nagyobbik körívhez tartozó középponti szög: $180^\circ + 2 \cdot \tau_{II}$, így (T) miatt:

$$\underline{\underline{\psi_{II} = 90^\circ + \tau_{II}}}, \quad 0^\circ \leq \tau_{II} \leq \tau_0 = 2 \cdot (90^\circ - \alpha). \quad (2)$$

Itt τ_0 az **AC** körívhez tartozó középponti szög, melyhez $90^\circ - \alpha$ kerületi szög tartozik.

A **GH** húr a **C** pontból ψ_{III} szög alatt látszik.

A **GH** kisebbik körívhez tartozó középponti szög: $180^\circ - 2 \cdot \tau_{III}$, így (T) miatt:

$$\underline{\underline{\psi_{III} = 90^\circ - \tau_{III}}}, \quad \tau_0 \leq \tau_{III} \leq 90^\circ. \quad (3)$$

Ezzel feladatunkat megoldottuk.

Megjegyzések:

M1. Úgy látjuk, hogy a (T) tétel volt az egyik leghasznosabb síkgeometriai tétel, eddigi szakmai pályafutásunk során. Érdemes alaposan átnézni bizonyítását is – ld. pl.: [1]!

M2. A $\tau_I = \tau_{II} = 0^\circ$ eset az **AB** átmérőre vonatkozik, melyhez (1) és (2) szerint $\psi = 90^\circ$ látószög tartozik, Thalész tételének megfelelően.

M3. A **CD** húr nem tartozik a vizsgált húr - sokaságba.

M4. A fenti feladat számítással is megoldható. Azonban fellépnek benne olyan trigonometriai egyenletek, melyeknek pl. két megoldásuk is lehet. Ilyenkor a döntést a szemléletre alapozzuk, melyben ismét a (T) tétel (is) segíthet. Emiatt nem tesszük ide a számításos megoldást, hiszen a fenti geometriai megoldás sokkal egyszerűbb és szemléletesebb. Igaz, kell hozzá a (T) tétel ismerete és biztos alkalmazása. Ennek ez az ára.

Tudjuk, ez a tétel is – mely Thalész tételét is tartalmazza – középiskolai tananyag.

M5. Látjuk – a megoldás ismeretében – , hogy ez a feladat nem is nehéz. Viszont a kezdőnek – és egy középiskolás még bőven annak számít – gondot okozhat, hogy hogyan vegyen fel önállóan mennyiségeket, és hogyan állítson fel közöttük kapcsolatokat.

Ez a feladat erről is szól. Ezért is fontos sok feladat megoldása, mert ezek tanulmányozása során mintegy magától „ránk ragad” az a technika, ahogyan a mondott feladatrészt kezelni kell. Persze, csak akkor, ha ki tudjuk választani – a sok lehetséges közül – azokat az alapvető tudnivalókat, melyekre építhető a megoldás. Ehhez viszont tanulni kell a tantárgyat. Tapasztalataink szerint a legnagyobb tévedések egyike, amit a tizenévesek elkövetnek, az az, hogy azzal nyugtatják meg magukat, hogy majd megtanulják az életben, ha szükségük lesz rá, így aztán nem is tanulnak. Ez az elgondolás valójában nem működik. Mire ez kiderül, addigra már komoly károkat okozhat a működőképes tudás hiánya. A hiányok pótlása az idő múlásával pedig egyre nehezebb lesz. De talán már ezt is elmondtuk párszor.

M6. Nem kizárt, hogy már találkoztunk ezzel a feladattal. Most viszont meg is oldottuk, önállóan. Ez nem ugyanaz, mint amikor lemásoljuk a tábláról azt, amit a tanár felírt oda.

Forrás:

[1] – ***Obádovics J. Gyula:*** Matematika

15. kiadás, Scolar Kiadó, Budapest, 1998.

Összeállította: ***Galgóczi Gyula***
ny. mérnöktanár

Sződliget, 2020. 02. 03.